

**Modélisation dynamique d'un système pompe
à chaleur (PAC) – stockage par matériau à
changement de phase (MCP), approche par
réseau de zones uniformes.**

Participants au projet pour le LAGEP

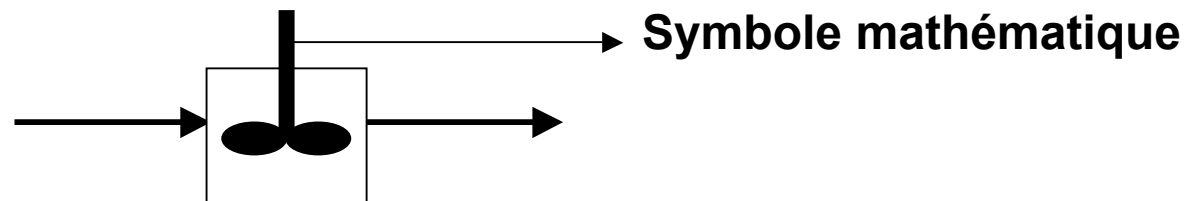
**J. WU, F. COUENNE, E. GAGNIERE, B. HAMROUN,
C. JALLUT**

**Workshop ACLIRSYS
CNAM -Paris, 20 mars 2014**

La Brique de Base pour les écoulements

le Réacteur Parfaitement Agité Continu (RPAC)

Concept issu du Génie de la Réaction Chimique



Agitation parfaite :

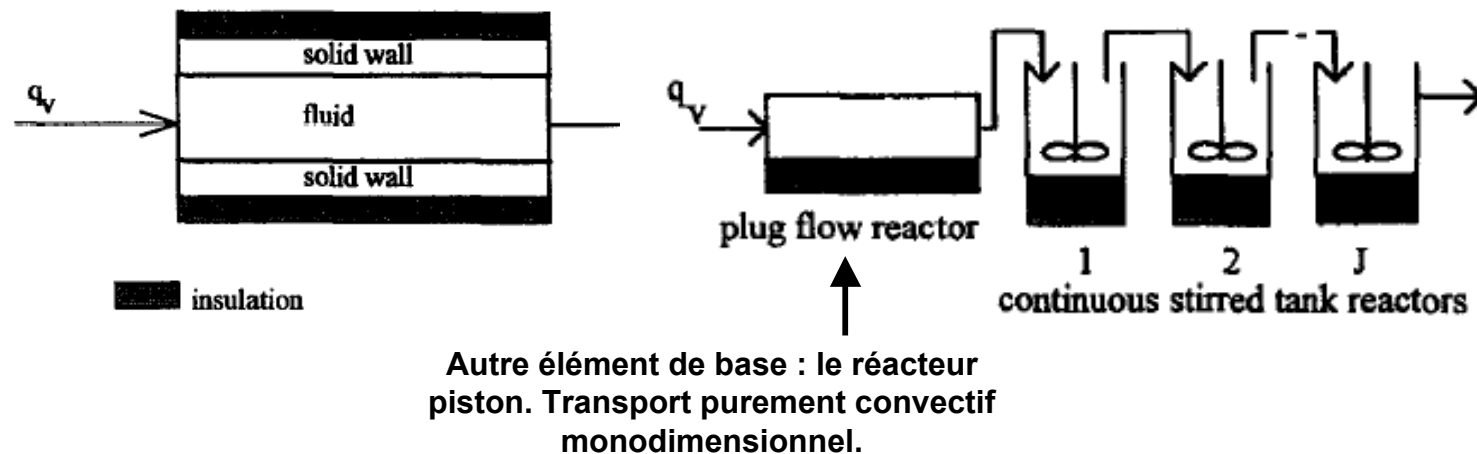
Etat uniforme

Les flux de sortie sont dans l'état interne

Un réseau de RPAC constitue un modèle d'écoulement.

Deux exemples de travaux antérieurs

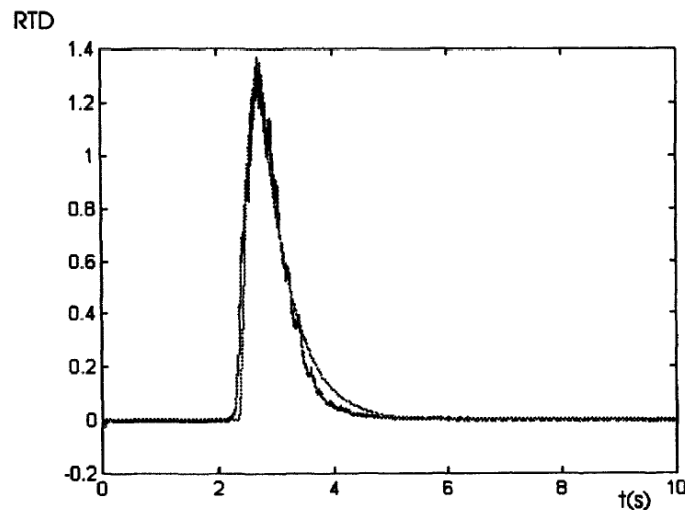
Exemple 1 : caractérisation dynamique du transfert thermique dans un liquide s'écoulant entre deux plaques corruguées



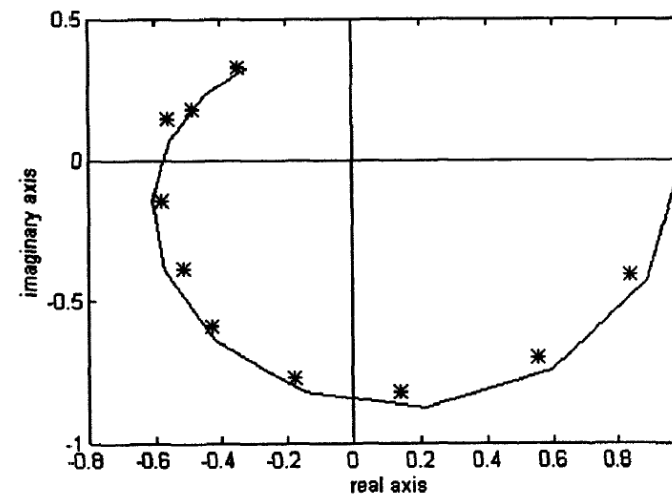
Travaux réalisés au GRETh - CEA Grenoble

S. Ros, C. Jallut, J. M. Grillot, M. Amblard (1995), A transient state technique for the heat transfer coefficient measurement in a corrugated plate heat exchanger channel based on frequency response and residence time distribution, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, 38(7), 1317-1325

Caractérisation dynamique du transfert thermique dans un liquide s'écoulant entre deux plaques corruguées



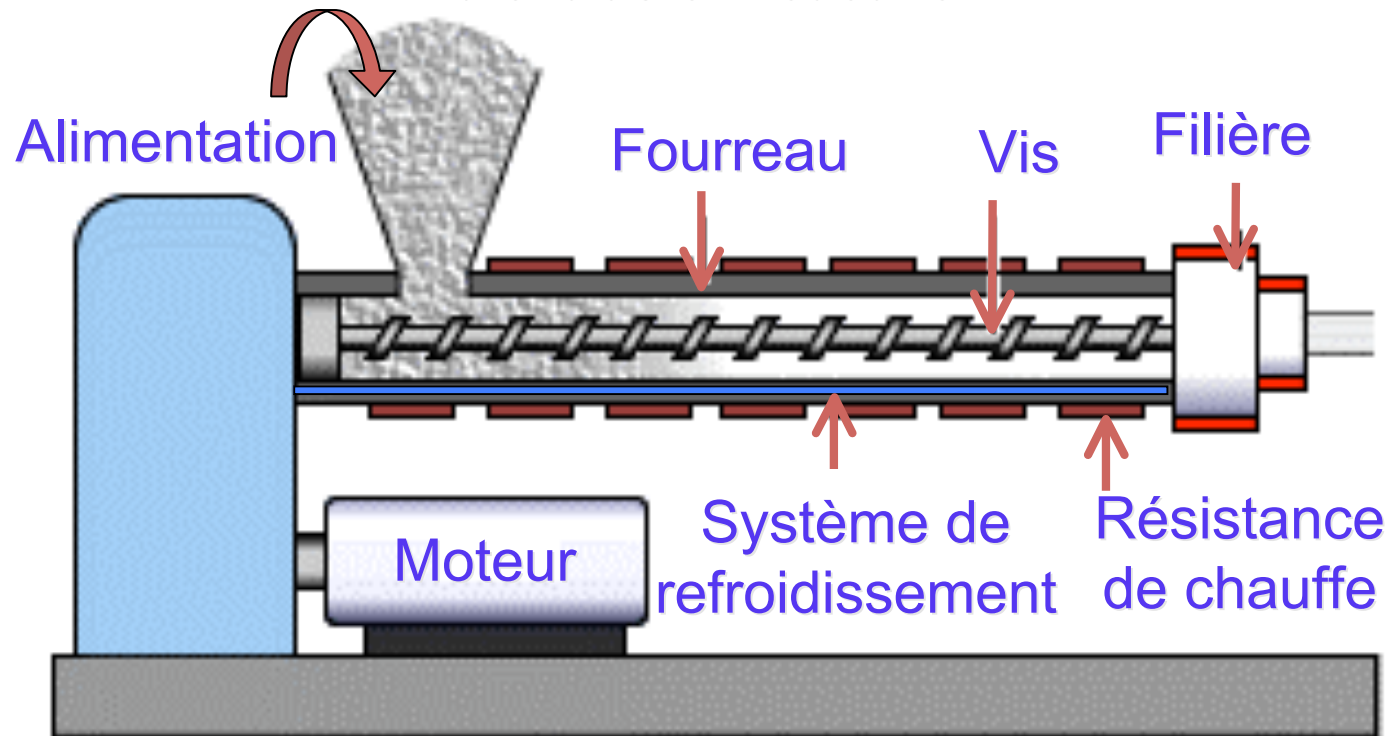
Réponse impulsionnelle à l'injection d'un traceur. Ajustement du modèle d'écoulement.



Analyse fréquentielle : température d'entrée sinusoïdale à fréquence variable

Détermination du coefficient d'échange de chaleur par ajustement du modèle

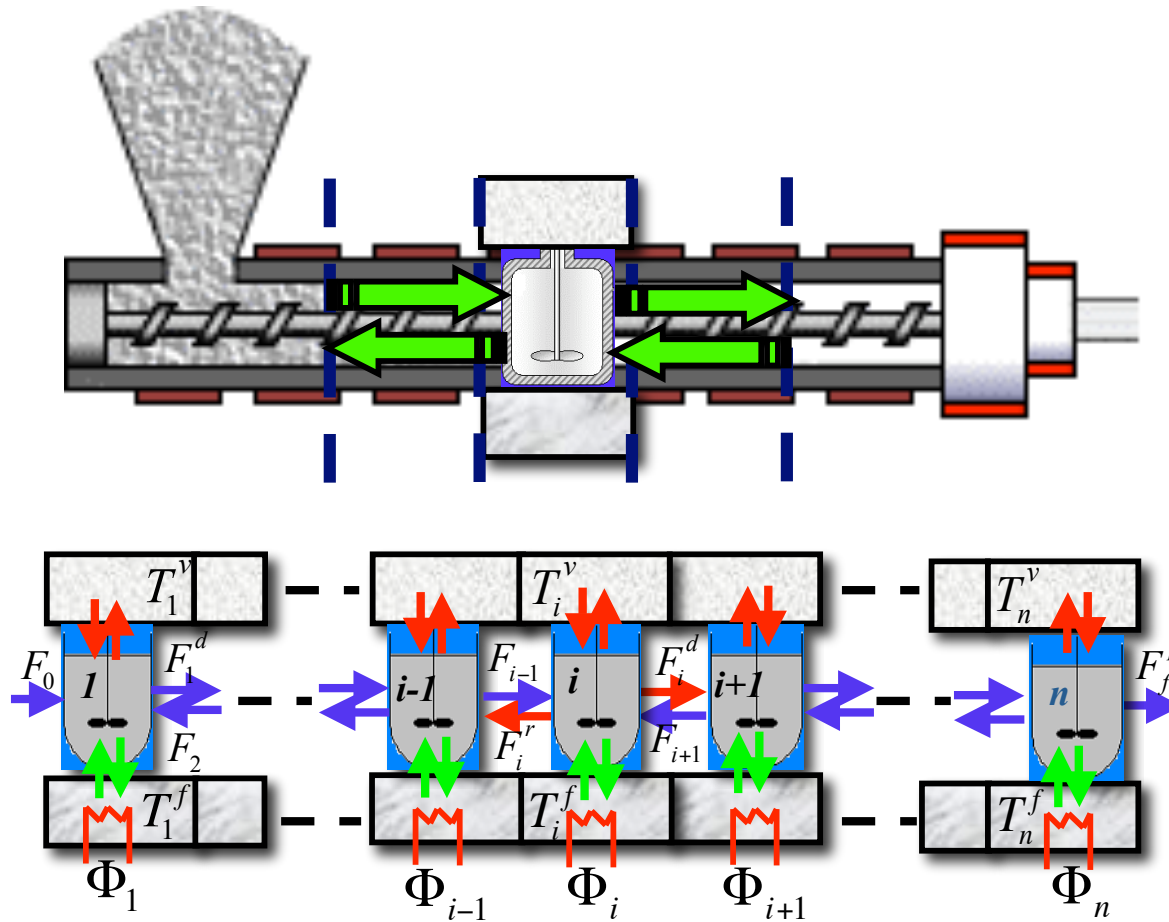
Exemple 2 : Modélisation dynamique d'une opération d'extrusion réactive



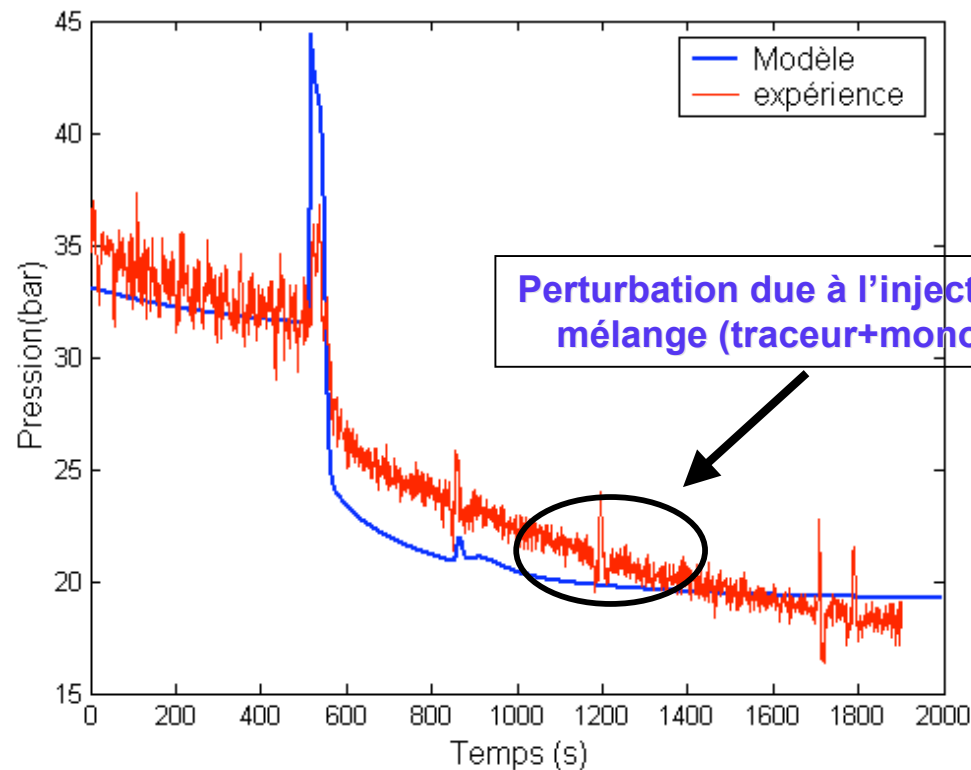
S. Choulak, F. Couenne, Y. Le Gorrec, C. Jallut, P. Cassagnau, A. Michel (2004), A generic dynamic model for simulation and control of reactive extrusion, *IEC Res.*, 43(23), 7373-7382

T. Goma Bilongo, F. Couenne, C. Jallut, Y. Le Gorrec, A. Di Martino (2012) Dynamic modeling of the reactive twin-screw co-rotating extrusion process: experimental validation by using inlet glass fibers injection response and application to polymers degassing, *IEC Res.*, 51(35), 11381-11388

Exemple 2 : Modélisation dynamique d'une opération d'extrusion réactive



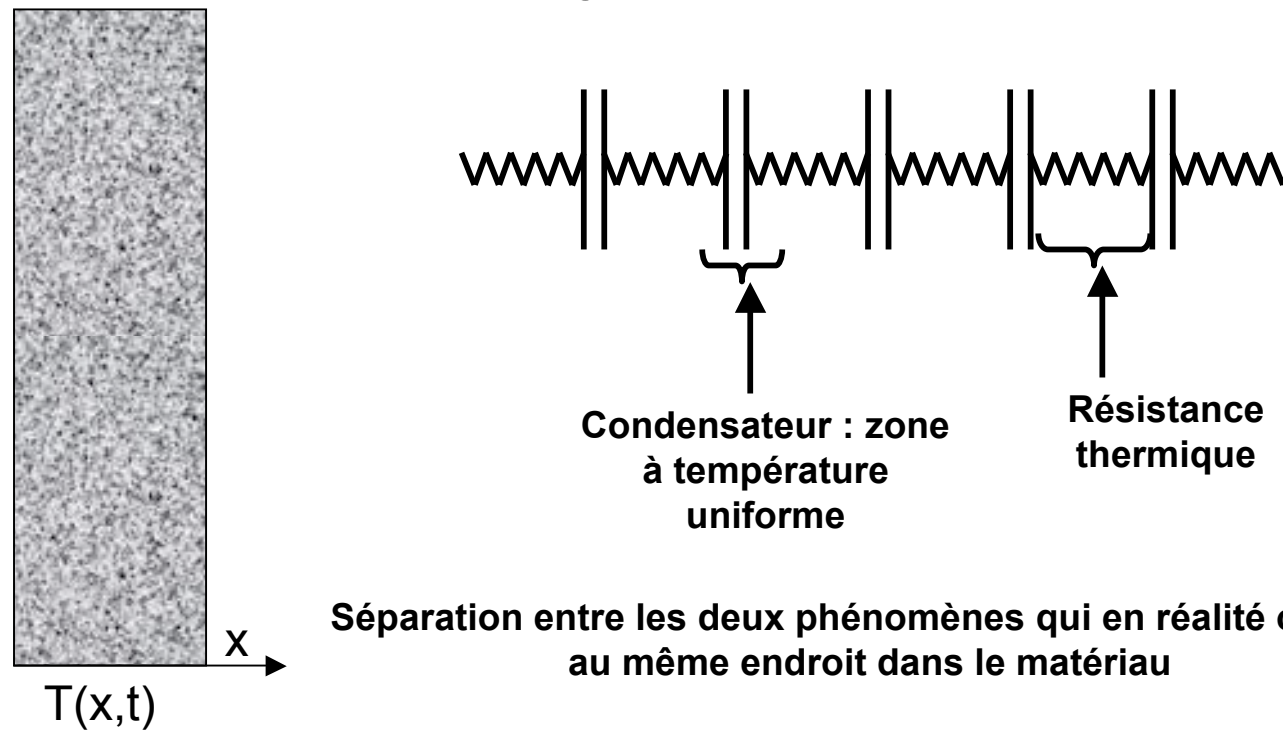
Exemple 2 : Modélisation dynamique d'une opération d'extrusion réactive



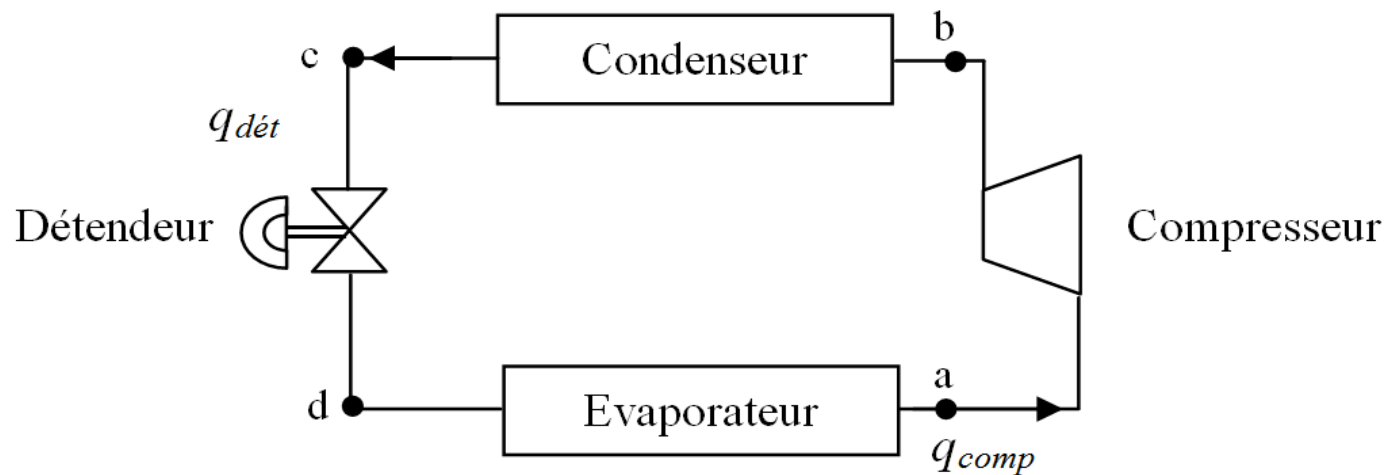
Validation expérimentale : influence de la variation de la vitesse des vis sur la pression en amont de filière

Approche similaire en Thermique ? Analogie électrique en conduction

Problème du mur monodimensionnel en dynamique

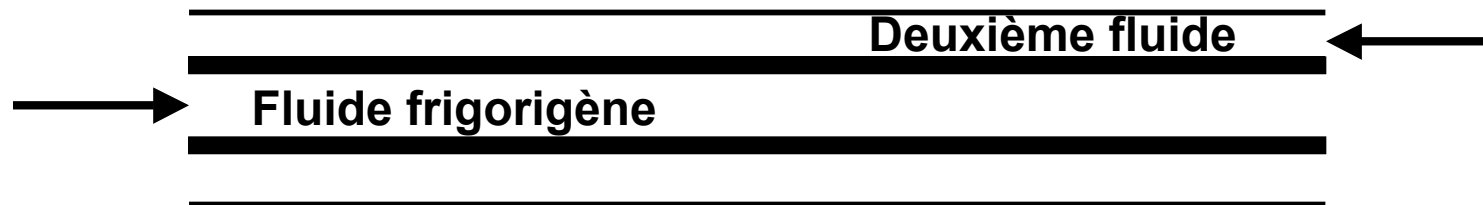
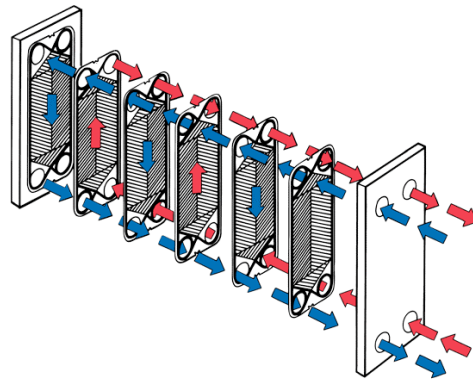


Application à la modélisation dynamique d'une PAC. Situation de base.

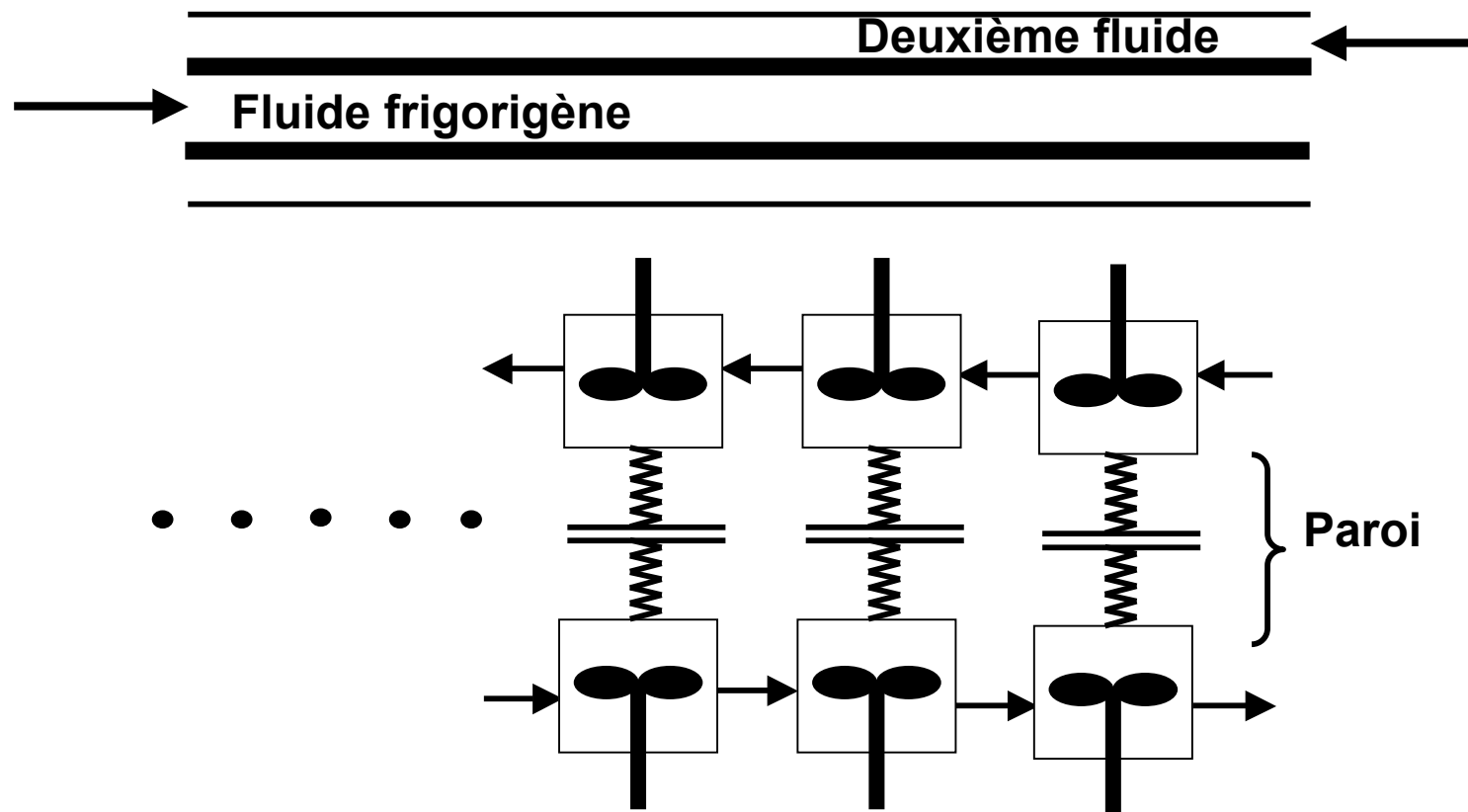


**Détendeur et compresseur : éléments représentés statiquement
(pas d'accumulation de matière ni d'énergie).**

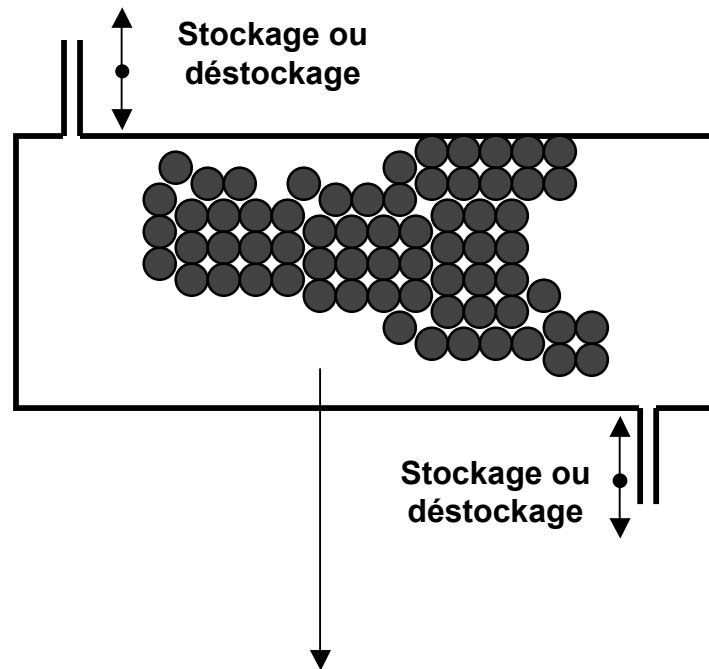
Échangeurs à chaleur: éléments dynamiques représentés par un bi-tube équivalent.



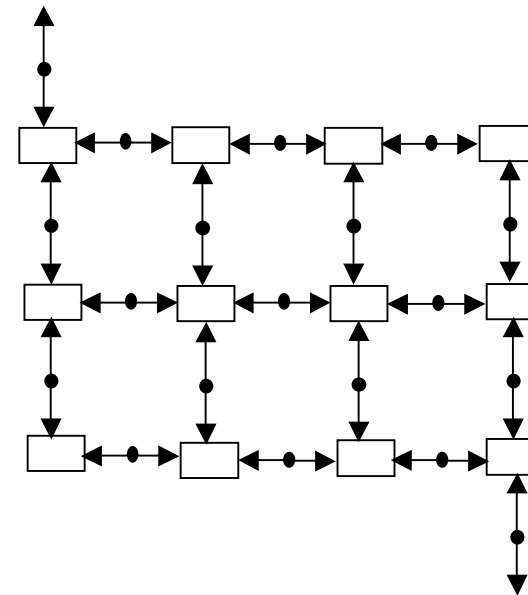
Le bi-tube équivalent et sa structure de modèle. Réseau de type série.



Structure du modèle dynamique du stock MCP CRISTOPIA.

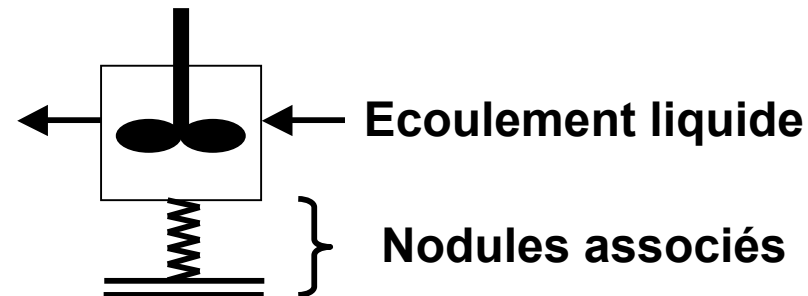


Nodules contenant de l'eau : stockage par solidification, déstockage par fusion.



Réseau série/parallèle d'éléments de base de modélisation.

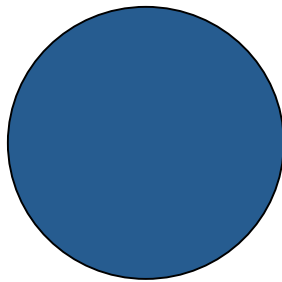
Structure du modèle dynamique du stock MCP. Un élément du réseau.



La quantité de nodules associée au volume de liquide est dans le même rapport qu'au niveau du stock complet.

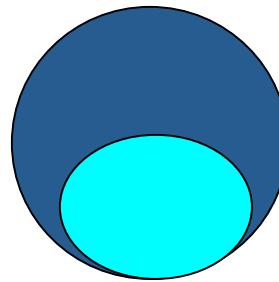
La grande difficulté de ce modèle : la configuration au sein des nœuds et des éléments de représentation du fluide frigorigène dans les échangeurs n'est pas fixe.

Trois états possibles pour un nodule



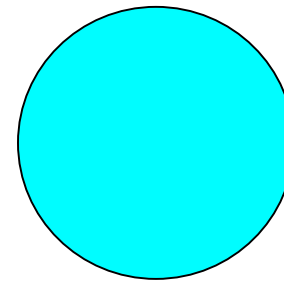
Solide

$T_k(t)$



Mélange solide-liquide

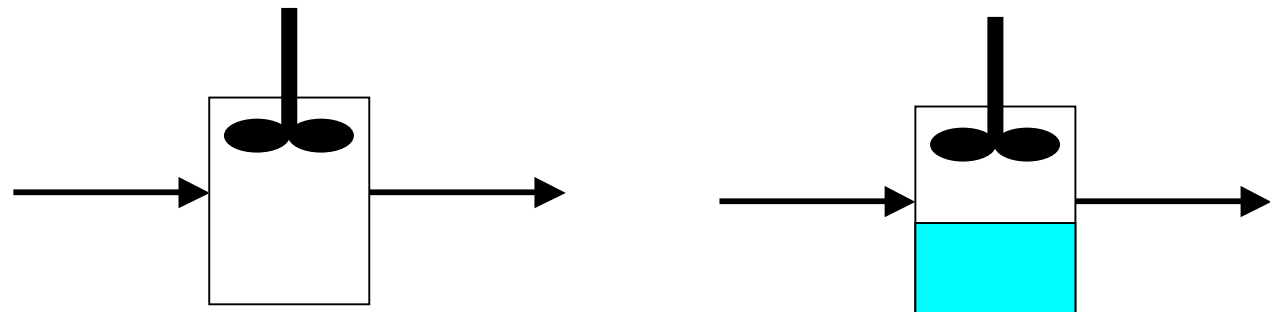
$x_k(t)$



Liquide

$T_k(t)$

Deux états possibles pour un RPAC contenant du fluide frigorigène



$T_k(t)$

Fluide (on utilise une équation d'état
qui donne les propriétés de toute la zone
homogène : liquide, vapeur, zone supercritique)

Mélange vapeur-liquide
supposé à l'équilibre

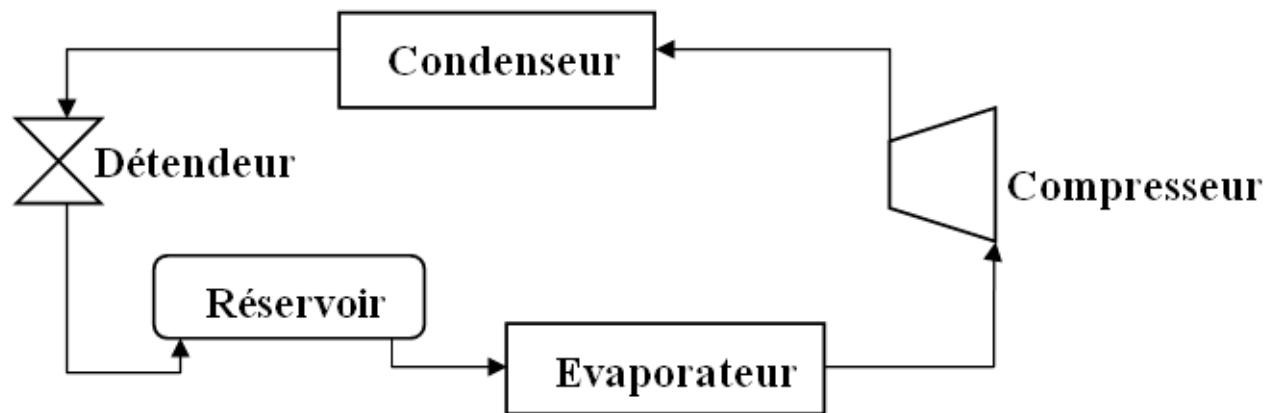
$x_k(t)$

Système hybride dont l'évolution est à la fois continue et dépendante d'évènements discrets

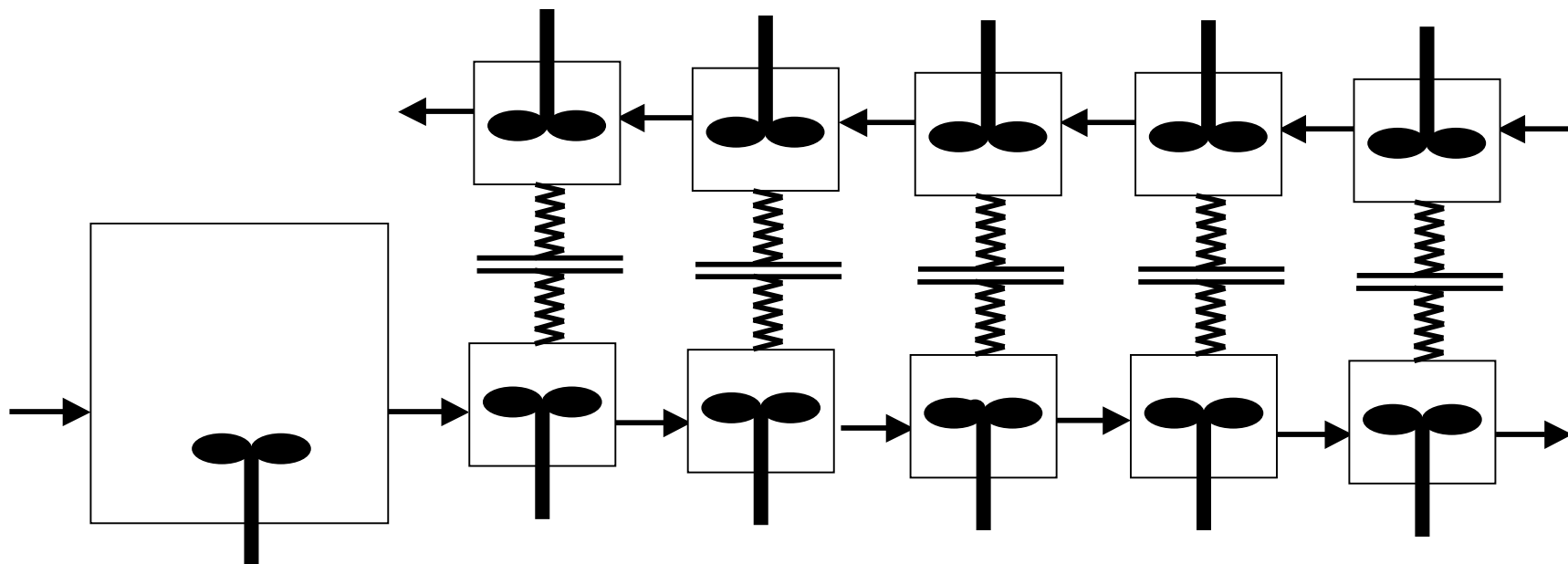
A chaque instant de la simulation il faut :

- **repérer la configuration dans chaque élément du réseau ;**
- **repérer un changement éventuel de configuration et réactualiser l'expression du modèle pour continuer le calcul dans la nouvelle configuration.**

**Avancement des travaux pour la PAC.
Prise en compte d'une bouteille d'accumulation
en amont de l'évaporateur (conditions d'essais CIAT).**



Le bi-tube équivalent et le réservoir.



Quelques détails sur le modèle d'échangeurs

Bilans dans chaque RPAC et zones uniformes

Bilan de matière du fluide frigorigène :

(Eq 1)
$$q_{k-1} = q_k + V \dot{\rho}_k$$

Bilan d'énergie du fluide frigorigène :

(Eq 2)
$$h_{k-1}q_{k-1} + \alpha_{ip}S_{ip}(T_{p_k} - T_k) = h_kq_k + V(\dot{\rho}_k u_k + \rho_k \dot{u}_k)$$

Bilan d'énergie du tube :

(Eq 3)
$$\rho_{p_k} S_p l c_{P_p} \dot{T}_{p_k} = \alpha_{ip} S_{ip} (T_k - T_{p_k}) + \alpha_{ep} S_{ep} (T_{a_k} - T_{p_k})$$

Bilan d'énergie du fluide extérieur (contre-courant) :

(Eq 4)
$$\rho_{a_k} S_a l c_{P_a} \dot{T}_{a_k} = q_a c_{P_a} (T_{a_{k+1}} - T_{a_k}) - \alpha_{ep} S_{ep} (T_{p_k} - T_{a_k})$$

α : coefficient de transfert thermique c_p : capacité thermique h : enthalpie massique
 q : débit massique u : énergie interne massique l, V : longueur et volume de 'sous-volume'

Zone monophasique : équation d'état de Lemmon (2003)

2 variables d'état nécessaires

$$P(\rho_k, T_k), \quad u(\rho_k, T_k), \quad h(\rho_k, T_k)$$

Avec $\dot{u} = a_k \dot{\rho} + b_k \dot{T}$, l'équation (2) peut être exprimée:

(Eq 5)
$$V(u_k + a_k \rho_k) \dot{\rho}_k + V b_k \rho_k \dot{T}_k = h_{k-1} q_{k-1} - h_k q_k + \alpha_{ip} S_{ip} (T_{p_k} - T_k)$$

Les Eqs (1), (3), (4), (5) + $\dot{x}_k = 0$ peuvent former un système

$$\mathbf{A}_m * \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{B}_m$$

$$\mathbf{X}^T = \begin{bmatrix} \rho_1 & T_1 & x_1 & T_{p_1} & T_{a_1} & \cdots & \rho_N & T_N & x_N & T_{p_N} & T_{a_N} \end{bmatrix}$$

Zone diphasique (liquide +vapeur): une seule variable d'état nécessaire

$P(T_k), u_l(T_k), u_v(T_k), h_l(T_k), h_v(T_k), \rho_l(T_k), \rho_v(T_k)$ (**ASHRAE, 2001**)

$$\rho(x, \rho_l, \rho_v), u(x, u_l, u_v) \Rightarrow \rho(x, T_k), u(x, T_k)$$

(Eq 6) $\dot{\rho}_k = R_{x_k} \dot{x}_k + R_{T_k} \dot{T}_k$ et $V(\dot{\rho}_k u_k + \rho_k \dot{u}_k) = VW_{x_k} \dot{x}_k + VW_{T_k} \dot{T}_k$

L'équation (2) devient :

(Eq 7) $VW_{x_k} \dot{x}_k + VW_{T_k} \dot{T}_k = h_{k-1} q_{k-1} - h_k q_k + \alpha_{ip} S_{ip} (T_{p_k} - T_k)$

Les Eqs (1), (3), (4), (6) et (7) peuvent former un système

$$A_d * \dot{X} = B_d$$

$$X^T = \begin{bmatrix} \rho_1 & T_1 & x_1 & T_{p_1} & T_{a_1} & \cdots & \rho_N & T_N & x_N & T_{p_N} & T_{a_N} \end{bmatrix}$$

Calcul des débits

Zone monophasique $\dot{P}_m = c_k \dot{\rho}_k + d_k \dot{T}_k$, combiné avec (1) et (5)

$$\dot{P}_m = C_{1_k} q_{k-1} + C_{2_k} q_k + C_{3_k}$$

Zone diphasique $\dot{P} = \frac{\partial P}{\partial T_k} \dot{T}_k$, combiné avec (6) et (7)

$$\dot{P}_d = D_{1_k} q_{k-1} + D_{2_k} q_k + D_{3_k}$$

Forme unifiée

(Eq 8) $\dot{P} = [v_k C_{1_k} + (1 - v_k) D_{1_k}] q_{k-1} + [v_k C_{2_k} + (1 - v_k) D_{2_k}] q_k + v_k C_{3_k} + (1 - v_k) D_{3_k}$

où $v_k = 1$ si $k^{\text{ième}}$ est mono, $v_k = 0$ si diphasique

$$\dot{P}_k = \dot{P}_{k+1} \text{ (uniformité de la pression) } \Rightarrow$$

$$[v_k C_{1k} + (1 - v_k) D_{1k}] q_{k-1} + [v_k C_{2k} + (1 - v_k) D_{2k}] q_k + v_k C_{3k} + (1 - v_k) D_{3k} =$$

$$[v_{k+1} C_{1_{k+1}} + (1 - v_{k+1}) D_{1_{k+1}}] q_k + [v_{k+1} C_{2_{k+1}} + (1 - v_{k+1}) D_{2_{k+1}}] q_{k+1} + v_{k+1} C_{3_{k+1}} + (1 - v_{k+1}) D_{3_{k+1}}$$

Cette équation peut être écrit :

$$[v_k C_{1k} + (1 - v_k) D_{1k}] q_{k-1} + [v_k C_{2k} + (1 - v_k) D_{2k} - v_{k+1} C_{1_{k+1}} - (1 - v_{k+1}) D_{1_{k+1}}] q_k$$

$$- [v_{k+1} C_{2_{k+1}} + (1 - v_{k+1}) D_{2_{k+1}}] q_{k+1} = v_{k+1} C_{3_{k+1}} + (1 - v_{k+1}) D_{3_{k+1}} - v_k C_{3k} - (1 - v_k) D_{3k}$$

Expression sous forme matricielle:

$$C_q * Q = D_q$$

avec

$$Q^T = [q_1 \quad q_2 \quad \cdots \quad q_{N-1}]$$

q_0 et q_N sont connus

Forme unifiée pour les 2 zones

$$A * \dot{X} = B$$

où $A = E \cdot A_m + (I - E) \cdot A_d$, $B = E \cdot B_m + (I - E) \cdot B_d$, avec E une matrice diagonale $5N \times 5N$ dont les valeurs diagonales sont binaires 0 ou 1 (1 si l'état du fluide frigorigène correspondant est monophasique, 0 s'il est diphasique), I est la matrice d'identité $5N \times 5N$.

$$A_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ u_1 + a_1 \rho_1 & b_1 \rho_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_d = \begin{bmatrix} 0 & W_{T_1} & W_{x_{k1}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_{T_1} & R_{x_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -R_{T_1} & -R_{x_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$N=3$ (m, di, m)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ u_1 + a_1 \rho_1 & b_1 \rho_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Détection des transition de phase

1. diphasique-> monophasique

$x(t) \rightarrow 0$ (condensation) $x(t) \rightarrow 1$ (évaporation)

x : fraction massique de vapeur

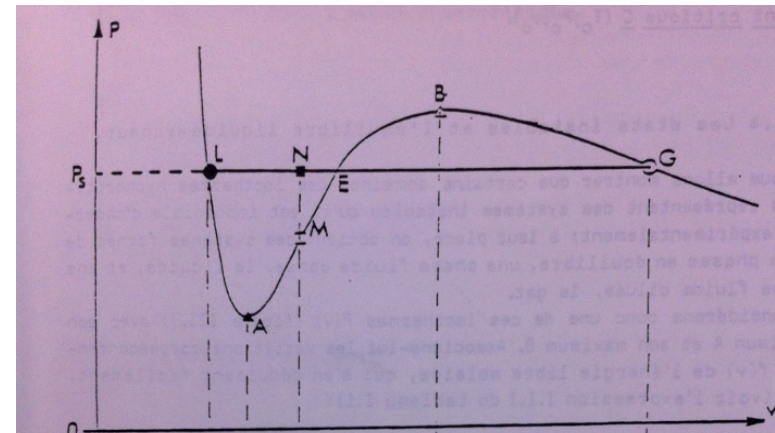
2. monophasique -> diphasique

$\rho(t) > \rho_{vs}(T(t))$ (condensation)

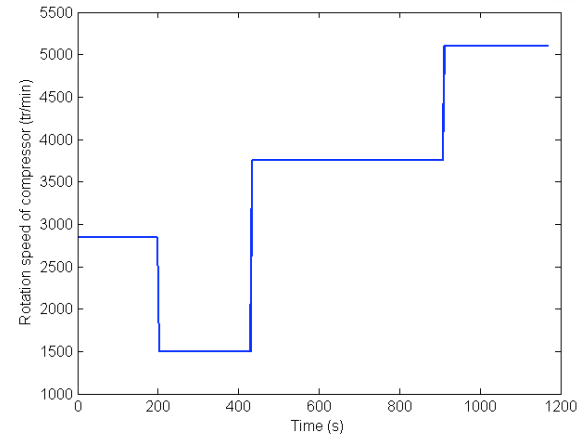
$\rho(t) < \rho_{ls}(T(t))$ (évaporation)

« Les systèmes à 2 phases L-G sont plus stables que les systèmes à une phase de même T et même v »

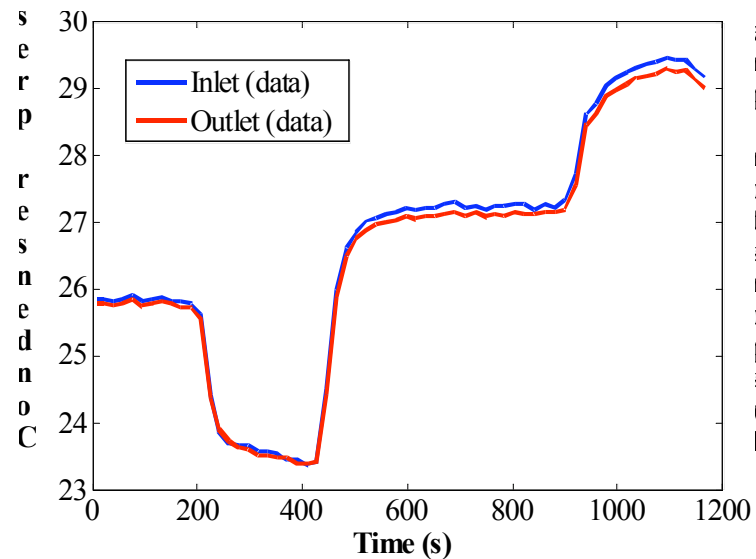
(A. PENELOUX, 1982)



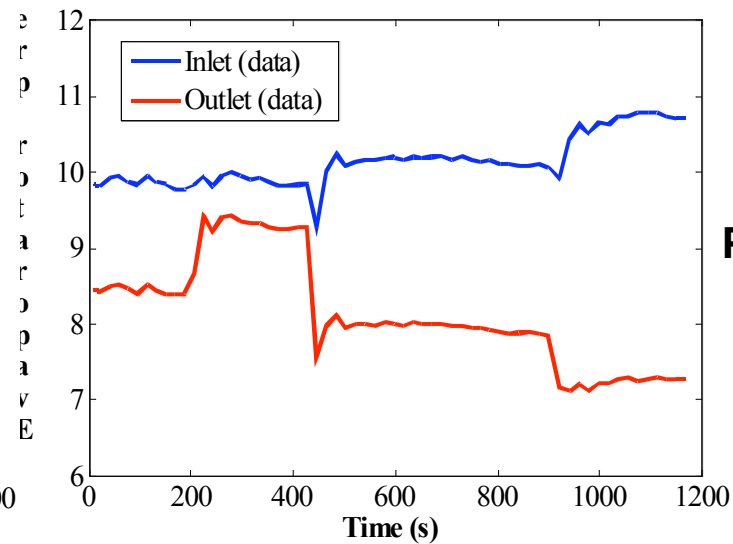
Données expérimentales recueillies par CIAT.



**Vitesse de
rotation du
compresseur**



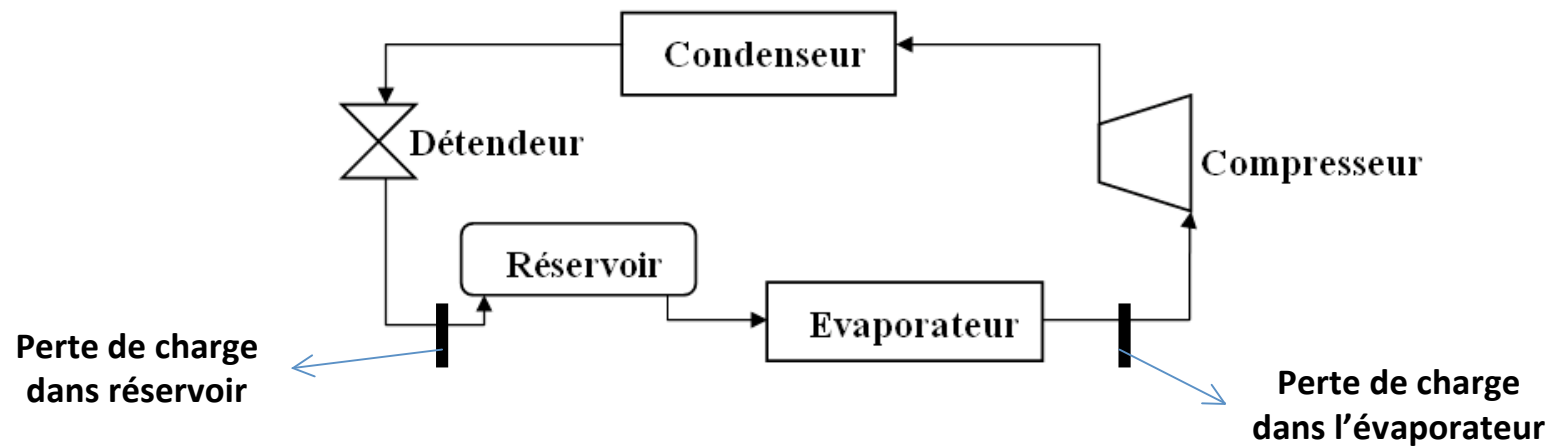
Pressions condenseur



Pressions évaporateur

**Pertes de charge
significatives à
l'évaporateur**

Version actuelle du modèle



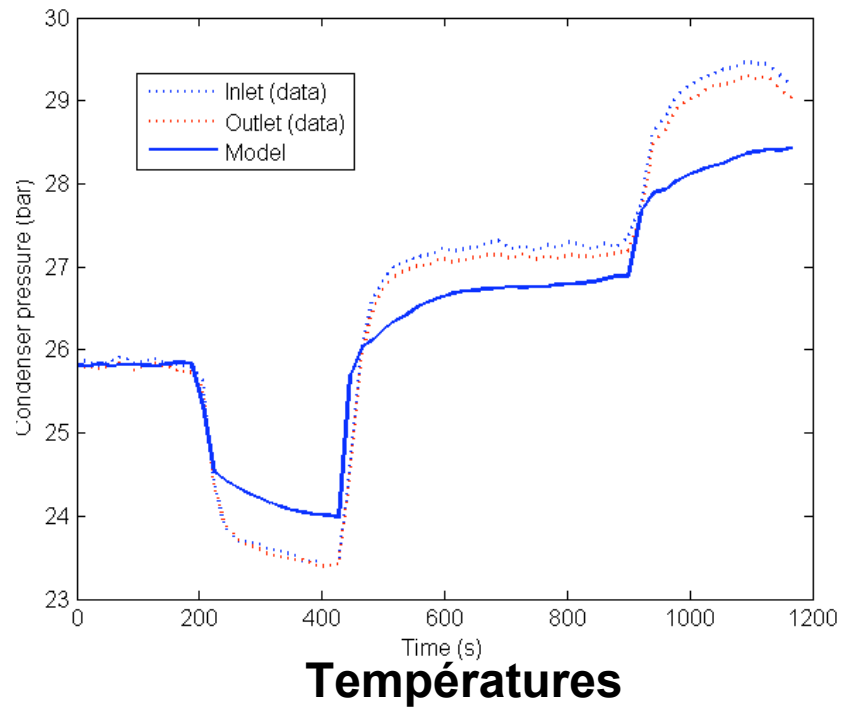
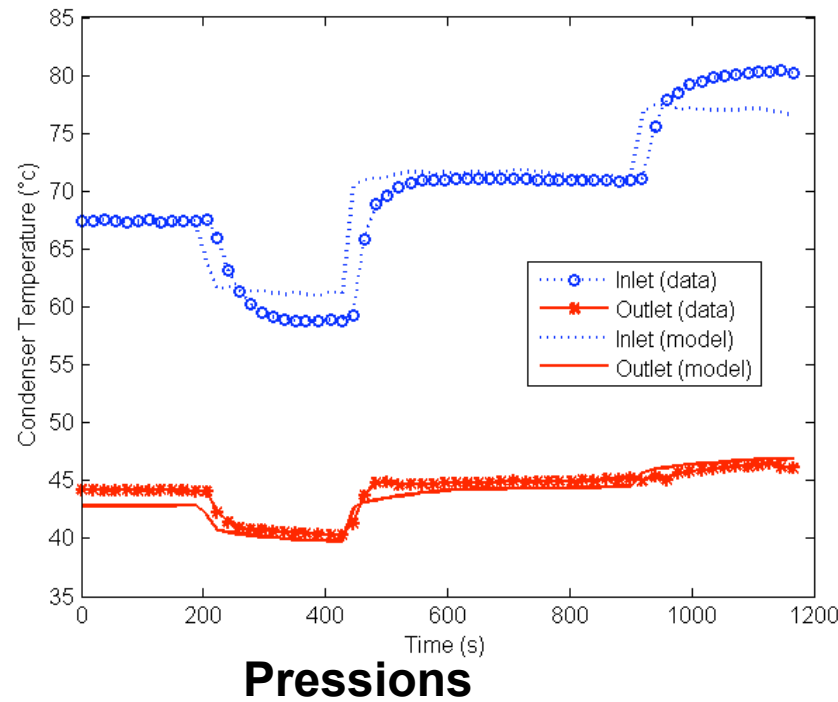
Pression uniforme dans le condenseur.

Pression uniforme dans l'ensemble réservoir-évaporateur.

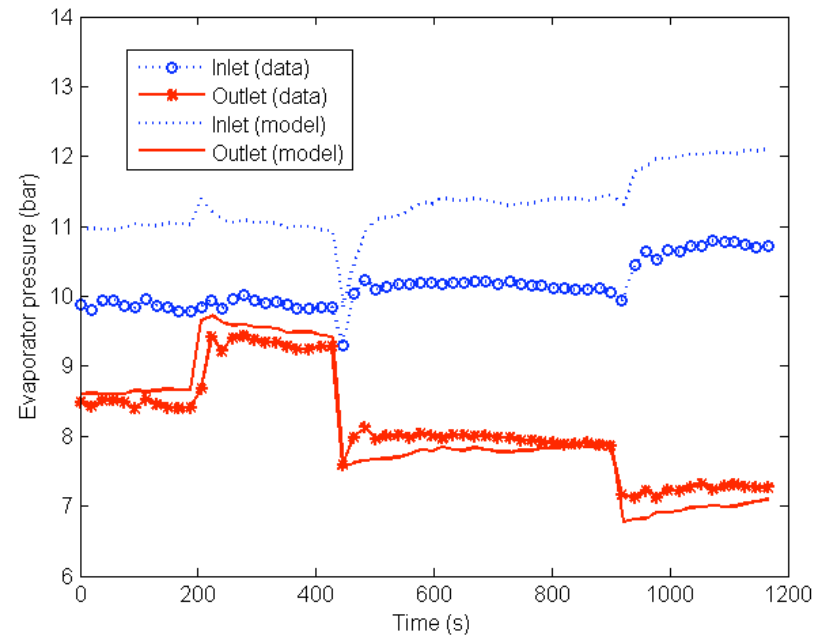
Pertes de charges représentées dans les flux d'interconnexion.

Quelques résultats après ajustement de relations empiriques pour les pertes de charge et la caractéristique du détendeur. Caractéristiques du compresseur fournies par DANFOSS.

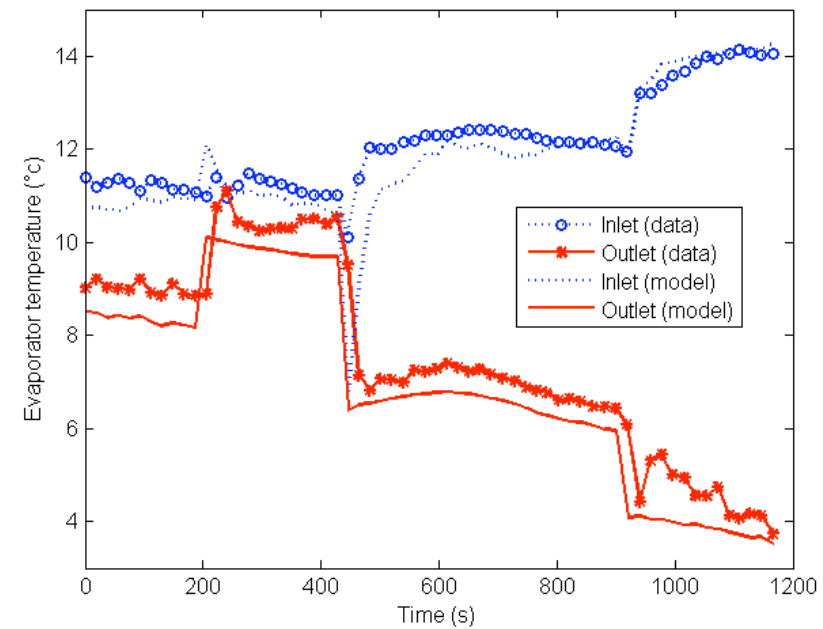
Condenseur



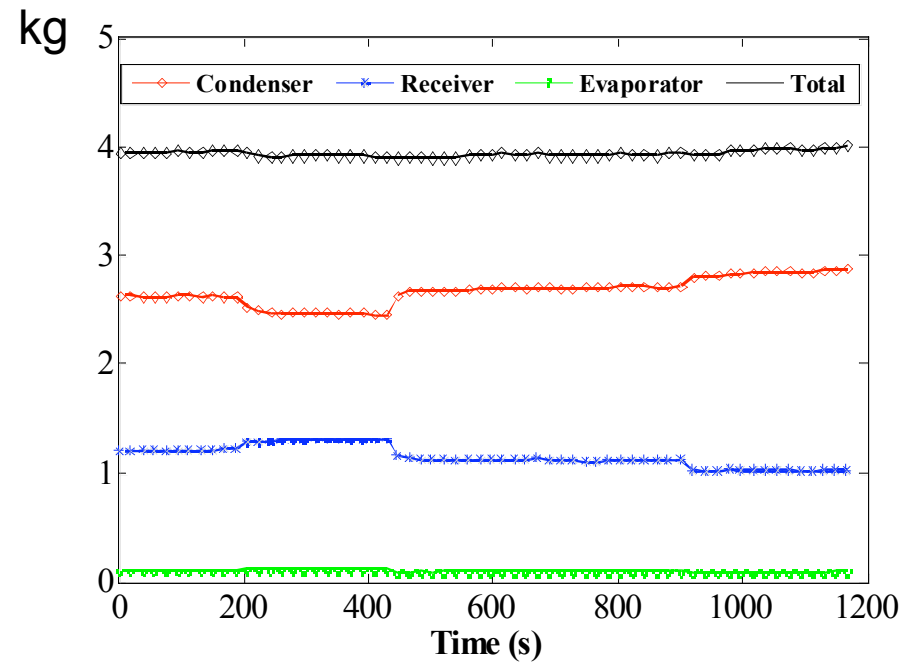
Évaporateur



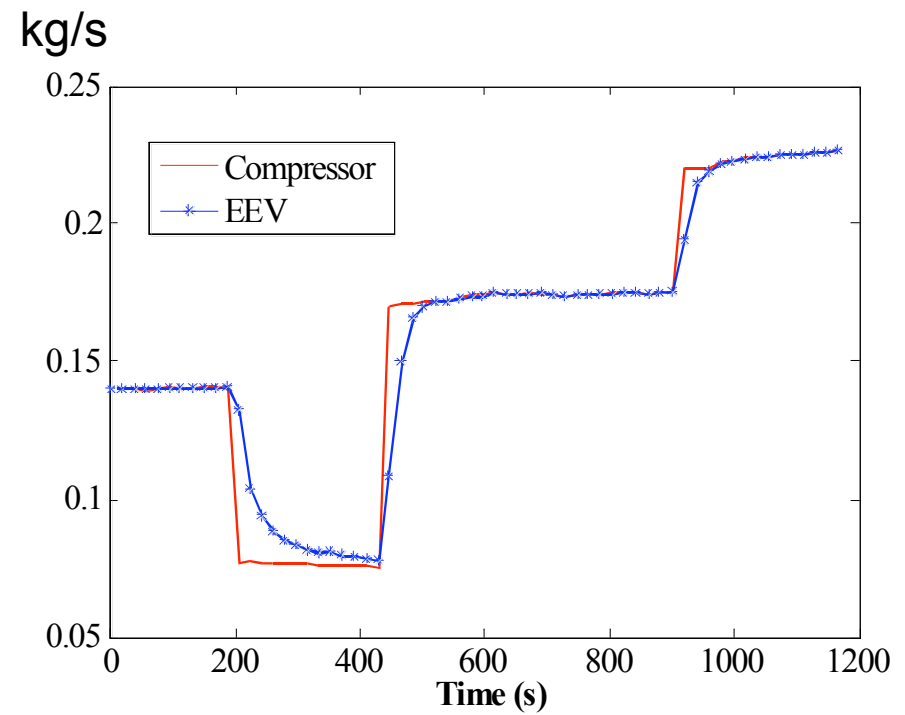
Pressions



Températures



**Conservation de la
masse**



**Débites de compresseur
et de détendeur**

Conclusion

**Approche très flexible programmée en MATLAB
(routine permettant de traiter les systèmes hybrides).**

Calculs thermodynamiques analytiques.